HỆ THỐNG KIẾN THỨC HÌNH Oxyz

Download miễn phí tại Website: ***www.huynhvanluong.com***
Biên soạn: **Huỳnh Văn Lượng** (*email: hvluong@hcm.vnn.vn*)
0918.859.305 – 01234.444.305 – 0933.444.305-0929.105.305 -0963.105.305-0666.513.305-0996.113.305

1. Tọa độ điểm và véctơ :

- *Hệ toạ độ trong không gian gồm ba trục Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc, các véc tơ đơn vị tương ứng trên ba trục lần lượt là:* $\vec{i} = (1;0;0)$, $\vec{j} = (0;1;0)$, $\vec{k} = (0;0;1)$
- $\vec{u}(x;y;z) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.
- $\vec{u} = (x;y;z) \Rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
- $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$
- $AB = BA = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$.
- Nếu I là trung điểm của AB thì $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$
- Nếu G là trọng tâm của ΔABC thì $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$
- ABCD là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

2. Tích các hai vectơ và ứng dụng:

a) Tích vô hướng: *Cho* $\vec{u}(x_1;y_1;z_1)$ & $\vec{v}(x_2;y_2;z_2)$. *Ta có:*

- $\vec{u}.\vec{v} = |\vec{u}|.|\vec{v}|.\cos(\vec{u},\vec{v})$
- $\vec{u}.\vec{v} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$.
- $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u}.\vec{v} = 0 \Leftrightarrow x_1.x_2 + y_1.y_2 + z_1.z_2 = 0$

b) Tích hữu hướng: *cho hai vectơ* $\vec{u}(x_1;y_1;z_1)$ *và* $\vec{v}(x_2;y_2;z_2)$. *Ta có:*

- $\left|\left[\vec{u},\vec{v}\right]\right| = |\vec{u}|.|\vec{v}|.\sin(\vec{u},\vec{v})$.
- $\left[\vec{u},\vec{v}\right] = \left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} z_1 & x_1 \\ z_2 & x_2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}\right)$.
- $\vec{u}$ & $\vec{v}$ *cùng phương* $\Leftrightarrow \left[\vec{u},\vec{v}\right] = \vec{0} \Leftrightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2}{y_1} = \frac{z_2}{z_1}$
- *Diện tích tam giác:* $S_{ABC} = \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|$
- *Diện tích hình bình hành:* $S_{ABCD} = \left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\right|$

c) Tích hỗn hợp (hỗn tạp):

- $\vec{u},\vec{v},\vec{w}$ *đồng phẳng* $\Leftrightarrow \left[\vec{u},\vec{v}\right].\vec{w} = 0$
- A,B,C,D là bốn đỉnh của tứ diện $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ không đồng phẳng.
- *Thể tích khối hộp:* $V_{ABCD.A'B'C'D'} = \left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right].\overrightarrow{AA'}\right|$.
- *Thể tích tứ diện:* $V_{ABCD} = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|$.

3. *Phương trình mặt cầu*:

- ***Dạng 1:*** Phương trình mặt cầu (S) có tâm I(a; b; c) và bán kính R:
  $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$
- ***Dạng 2:*** $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ (với $a^2+b^2+c^2-d>0$) là phương trình mặt cầu có tâm I(a; b; c) và bán kính R = $\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$

Chú ý: ✍ d(I,(P)) > R ⇒ mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) không có điểm chung.

✍ d(I,(P)) = R ⇒ (P) và (S) tiếp xúc nhau tại tiếp điểm M (M là hình chiếu của I lên (P)).

✍ d(I,(P)) < R ⇒ (P) và (S) cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r=\sqrt{R^2-d^2}$ và tâm H của là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P).

***4. Mặt phẳng*:**

a) Phương trình mặt phẳng:

- *Mặt phẳng qua điểm* $M(x_0;y_0;x_0)$ *và có vectơ pháp tuyến* $\vec{n}(A;B;C)$*:*
  $$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0.$$
- *Mặt phẳng* (α) *cắt trục* Ox,Oy,Oz *lần lượt tại* $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, *có phương trình theo đoạn chắn là:* $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1\ (abc\neq 0)$

***b) Vị trí tương đối của hai mặt phẳng*.**

Cho hai mặt phẳng $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$ *và* $(\alpha'): A'x+B'y+C'z+D'=0$*, ta có:*

- $(\alpha)\equiv(\alpha') \Leftrightarrow \frac{A}{A'}=\frac{B}{B'}=\frac{C}{C'}=\frac{D}{D'}$.
- $(\alpha)//(\alpha') \Leftrightarrow \frac{A}{A'}=\frac{B}{B'}=\frac{C}{C'}\neq\frac{D}{D'}$.
- (α) *cắt* $(\alpha') \Leftrightarrow \frac{A}{A'}\neq\frac{B}{B'}$ hoặc $\frac{B}{B'}\neq\frac{C}{C'}$ hoặc $\frac{A}{A'}\neq\frac{C}{C'}$ *(tức là ngoài 2 t/h trên)*
- $(\alpha)\perp(\alpha') \Leftrightarrow AA'+BB'+CC'=0$.

***c) Khoảng cách từ một điểm tới một mặt phẳng*.**

$$\text{Cho } (\alpha): Ax+By+Cz+D=0 \Rightarrow d(M,(\alpha))=\frac{|Ax_M+By_M+Cz_M+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}.$$

***5. Đường thẳng*:**

a) Phương trình của đường thẳng: *Đường thẳng đi qua* $M(x_0;y_0;z_0)$ *và có VTCP* $\vec{u}=(a;b;c)$

PT tham số: $\begin{cases} x=x_0+at\\ y=y_0+bt\\ z=z_0+ct\end{cases}$ $(t\in R)$

PT chính tắc: $\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}=\frac{z-z_0}{c}$ (a.b.c ≠ 0)

b) Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng: *Đường thẳng d đi qua* M_0 *và có VTCP* $\vec{u}$*, d' đi qua* M_0' *và có VTCP* $\vec{u}'$*, ta có:*

- (d) và (d') đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{u},\vec{u}'].\overrightarrow{M_0M_0'}=0$
- d chéo d' $\Leftrightarrow [\vec{u},\vec{u}'].\overrightarrow{M_0M_0'}\neq 0$
- d và d' cắt nhau $\Leftrightarrow \begin{cases}[\vec{u},\vec{u}']\neq\vec{0}\\ [\vec{u},\vec{u}'].\overrightarrow{M_0M_0'}=0\end{cases}$
- $d//d' \Leftrightarrow \begin{cases}[\vec{u},\vec{u}']=\vec{0}\\ [\vec{u},\overrightarrow{M_0M_0'}]\neq\vec{0}\end{cases}$

c) Khoảng cách:

- $d(M,\Delta)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{MM_o},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}$
- $d(\Delta,\Delta')=\frac{\left|\left[\vec{u},\vec{u}'\right].\overrightarrow{M_oM'_o}\right|}{\left|\left[\vec{u},\vec{u}'\right]\right|}$